

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
города Ульяновска «Гимназия №34»

УТВЕРЖДЕНО
приказом директора
МБОУ «Гимназия №34»
№ 981 от «30» августа 2023 г.

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
естественнонаучной направленности
«Задачи повышенной сложности по математике»**

Ульяновск
2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Направленность программы: дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Задачи повышенной сложности по математике» имеет естественнонаучную направленность.

Цель программы – расширение и углубление знаний по математике профильного уровня, систематизация знаний по решению задач, ознакомление с новыми методами их решения, которые не рассматриваются в рамках основной образовательной программы среднего общего образования.

Общий срок освоения программы – 64 часа.

Форма обучения – очная.

Продолжительность занятий исчисляется в академических часах.

Программа разработана для **обучающихся 8 классов** с особыми образовательными потребностями (интерес к предмету выходит за рамки учебной деятельности).

Представляемая программа расширяет у обучающихся представления о значимости математических знаний, воспитывает устойчивый интерес к творческой исследовательской работе и практическим занятиям по математике повышенного уровня сложности. Важным аспектом курса является интеграция теоретических знаний учащихся по курсу математики в реальную жизнь.

Задачи настоящей программы: развитие логического мышления, посредством решения задач повышенной сложности; развитие абстрактного математического кругозора, мышления, исследовательских умений учащихся; воспитание настойчивости и инициативы; сформировать у учащихся умение определять вид задания, твёрдо знать алгоритм решения; сформировать высокий уровень активности; способствовать профориентации.

Специфика программы: обучение нестандартным методам и приемам решения практико-ориентированных, реалистичных, олимпиадных математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся. Особое место занимают задачи, требующие применения знаний в незнакомой ситуации.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ.

К завершению освоения данной программы обучающиеся научатся:

1. анализировать тексты задач повышенного уровня.
2. дискретизировать необходимую информацию, содержащуюся в тексте задачи, на рисунке или в таблице, для ответа на заданные вопросы,
3. моделировать ситуацию, описанную в тексте задачи,
4. оптимизировать последовательность «шагов» (алгоритм) решения сложной задачи, обосновывать выполняемые и выполненные действия,

5. понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций, решать текстовые задачи алгебраическим методом,

6. применять графические представления для исследования уравнений, исследования и решения сложных систем уравнений с двумя переменными,

7. решать комбинаторные задачи повышенного уровня на нахождение числа объектов или комбинаций, использовать различные способы представления и анализа статистических данных.

8. анализировать предложенные варианты решения задачи, выбирать из них верные,

9. выбирать наиболее эффективный способ решения задачи,

10. оценивать предъявленное готовое решение задачи (верно, неверно),

11. использовать нестандартные приемы, рационализирующие вычисления, приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ,

11. овладеть специальными приёмами решения уравнений и систем уравнений; уверенно применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики,

12. применять графические представления для исследования сложных уравнений, систем уравнений, содержащих буквенные коэффициенты,

7. приобрести опыт проведения случайных экспериментов, в том числе с помощью компьютерного моделирования, интерпретации их результатов, некоторым специальным приёмам решения комбинаторных задач.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

Срок обучения – 64 часа.

№ п/п	Наименование учебных дисциплин	Количество часов
1	Избранные вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы	24
2	Решение планиметрических задач, повышенной сложности	16
3	Решение задач, повышенной сложности методом составления квадратных, рациональных уравнений, неравенств	12
4	Решение задач с параметрами	6
5	Вероятностные задачи, повышенной сложности. Элементы математической статистики	6
	Итого	64

Промежуточная аттестация проводится по завершении освоения каждой темы в форме практической работы. Результаты промежуточной аттестации по всем дисциплинам признаются результатами итоговой аттестации.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Календарный учебный график определяет даты начала и окончания освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы, продолжительность учебного года. Срок освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы – 64 часа.

Начала занятий - с 1 октября текущего учебного года, 2 часа в неделю, 64 часа. Учебный год завершается 24 мая текущего учебного года.

Каникулы не предусмотрены.

Расписание занятий составляется в соответствии с СанПиН 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления молодёжи», с учетом обеспечения наиболее благоприятного режима труда и отдыха обучающихся, по представлению педагогических работников, реализующих дополнительные общеобразовательные общеразвивающие программы, а также с учетом пожеланий обучающихся, родителей (законных представителей) и возрастных особенностей обучающихся.

Продолжительность занятий 45 минут. В неделю 2 занятия, всего за период обучения 64 занятия.

СОДЕРЖАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ «ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ»

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Задачи повышенной сложности по математике» включает следующие учебные темы: Избранные вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы, Решение планиметрических задач, повышенной сложности, Решение задач, повышенной сложности методом составления квадратных, рациональных уравнений, неравенств, Решение задач с параметрами, Вероятностные задачи, повышенной сложности, Элементы математической статистики.

1. Избранные вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы (24 ч).

Приемы преобразования целого выражения в полином. Возведение бинома в степень. Квадрат суммы нескольких слагаемых, повышенной сложности. Приемы разложения полинома на множители. Разность n -х степеней. Преобразование рациональной дроби. Действия с многоэтажными рациональными дробями. Композиция функции, ее область определения и область значений. Способы задания композиционных функций. Преобразования графиков композиционных функций. Сложная дробно-линейная функция и ее график. Функция $y = \sqrt{x}$ в

составе композиционных функций. Свойства радикала и их применение в преобразованиях. Преобразование двойных радикалов. Радикал третьей степени и его свойства. Композиция графика $y = 3\sqrt{x}$ и ее движение.

2. Решение планиметрических задач, повышенной сложности (16 ч).

Композиционные фигуры из параллелограмма, с применением свойства и признаков, выходящие за рамки школьной программы. Композиционные фигуры из трапеции, олимпиадного уровня. Инженерный инструментарий в сложных задачах на построение. Равносоставленность многоугольников. Метод площадей в решении задач, повышенной сложности. Дискретность задачи с применением подобия треугольников и многоугольников. Практико-ориентированные задачи на свойство биссектрисы внутреннего и внешнего углов треугольника. Задачи промышленных отраслей с применением свойств и теорем о вписанных и описанных треугольниках и многоугольниках. Замечательные точки треугольника в решении олимпиадных задач

3. Решение задач, повышенной сложности методом составления квадратных, рациональных уравнений, неравенств (12 ч).

Задачи, характеризующие движение наземного транспорта в реальной жизни, сводящиеся к исследованию квадратного уравнения. Задачи, характеризующие движение водного транспорта в реальной жизни, сводящиеся к исследованию квадратного уравнения. Задачи, характеризующие деятельность металлургической и химической промышленности (сплавы, растворы) в реальной жизни, сводящиеся к исследованию рациональных уравнений.

Использование неравенств в решение оптимизационных задач, повышенного уровня. Использование неравенств, повышенного уровня сложности, при моделировании условий текстовых задач.

4. Решение задач с параметрами (6 ч).

Квадратные уравнения с параметрами за пределами школьного учебника. Линейные неравенства и системы неравенств с параметрами.

5. Вероятностные задачи, повышенной сложности. Элементы математической статистики (6 ч).

Применение комбинаторики к решению вероятностных задач, повышенной сложности. Классическая схема. Математическое ожидание. Сложный опыт.

Учебно-тематический план

№ занятия	Дата	Тема занятия	Кол-во часов	Форма работы
Избранные вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы (24 часа)				
1	октябрь	Приемы преобразования целого выражения в полином.	2	Практическая работа
2	октябрь	Возведение бинома в степень.	2	Практическая работа
3	октябрь	Квадрат суммы нескольких	2	Блиц турнир

		слагаемых, повышенной сложности.		
4	октябрь	Приемы разложения полинома на множители.	2	Практическая работа
5	ноябрь	Разность n-х степеней. Преобразование рациональной дроби. Действия с многоэтажными рациональными дробями.	2	Мини-исследование
6	ноябрь	Композиция функции, ее область определения и область значений. Способы задания композиционных функций.	2	Блиц турнир
7	ноябрь	Преобразования графиков композиционных функций.	2	Интеллектуальная игра
8	ноябрь	Сложная дробно-линейная функция и ее график.	2	Мозговая атака
9	декабрь	Функция $y = \sqrt{x}$. в составе композиционных функций	2	Мини -проект
10	декабрь	Свойства радикала и их применение в преобразованиях. Преобразование двойных радикалов.	2	Практическая работа
11	декабрь	Радикал третьей степени и его свойства.	2	Практическая работа
12	декабрь	Композиция графика $y = \sqrt[3]{x}$ и ее движение.	2	Мини -проект
Решение планиметрических задач, повышенной сложности (16 часов)				
13	январь	Композиционные фигуры из параллелограмма, с применением свойства и признаков, выходящие за рамки школьной программы.	2	Аукцион знаний
14	январь	Композиционные фигуры из трапеции, олимпиадного уровня.	2	Мозговая атака
15	январь	Инженерный инструментарий в сложных задачах на построение.	2	Работа с источниками информации

16	январь	Равносоставленность многоугольников. Метод площадей в решении задач, повышенной сложности.	2	Мини-исследование
17	февраль	Дискретность задачи с применением подобия треугольников и многоугольников	2	Викторина
18	февраль	Практико-ориентированные задачи на свойство биссектрисы внутреннего и внешнего углов треугольника.	2	Мини-исследование
19	февраль	Задачи промышленных отраслей с применением свойств и теорем о вписанных и описанных треугольниках и многоугольниках.	2	Практическая работа
20	февраль	Замечательные точки треугольника в решении олимпиадных задач	2	Анализ и исследование ситуаций
Решение задач, повышенной сложности методом составления квадратных, рациональных уравнений, неравенств (12 часов)				
21	март	Задачи, характеризующие движение наземного транспорта в реальной жизни, сводящиеся к исследованию квадратного уравнения.	2	Аукцион знаний
22	март	Задачи, характеризующие движение водного транспорта в реальной жизни, сводящиеся к исследованию квадратного уравнения.	2	Мозговая атака
23	март	Задачи, характеризующие деятельность металлургической и химической промышленности(сплавы, растворы) в реальной жизни, сводящиеся к исследованию	2	Работа с источниками информации

		рациональных уравнений.		
24	март	Задачи, характеризующие деятельность металлургической и химической промышленности(сплавы, растворы) в реальной жизни, сводящиеся к исследованию рациональных уравнений.	2	Диспут
25	апрель	Использование неравенств в решение оптимизационных задач, повышенного уровня	2	Блиц турнир
26	апрель	Использование неравенств, повышенного уровня сложности, при моделировании условий текстовых задач.	2	Викторина
Решение задач с параметрами (6 часов)				
27	апрель	Квадратные уравнения с параметрами за пределами школьного учебника.	2	Мини-исследование
28	апрель	Линейные неравенства и системы неравенств с параметрами.	2	Практическая работа
29	май	Линейные неравенства и системы неравенств с параметрами.	2	Анализ и исследование ситуаций
Вероятностные задачи, повышенной сложности. Элементы математической статистики (6 часов)				
30	май	Применение комбинаторики к решению вероятностных задач, повышенной сложности. Классическая схема. Математическое ожидание. Сложный опыт.	2	Практическая работа
31	май	Применение комбинаторики к решению вероятностных задач, повышенной сложности. Классическая схема. Математическое ожидание.	2	Аукцион знаний

		Сложный опыт.		
32	май	Применение комбинаторики к решению вероятностных задач, повышенной сложности. Классическая схема. Математическое ожидание. Сложный опыт.	2	Мозговая атака

ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Настоящую программу реализуют штатные педагогические работники, имеющие высшее и среднее специальное профессиональное образование, отвечающие требованиям, установленным Федеральным законом №273-ФЗ от 29.12.2012 «Об образовании в Российской Федерации», Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 22.09.2021 №652н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых», Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18.10.2013 №544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», Приказом Министерства здравоохранения и социального развития РФ от 26.08.2010 № 761н «Об утверждении Единого квалификационного справочника должностей руководителей, специалистов и служащих, раздел «Квалификационные характеристики должностей работников образования».

Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение.

Образовательная деятельность организована в учебных кабинетах гимназии (блок средней школы), оборудованными в соответствии с санитарными требованиями и гигиеническими нормативами.

Кабинеты оборудованы техническими средствами обучения: компьютерами, мультимедийными проекторами, интерактивными досками, принтерами, сканерами, наглядными материалами по темам.

Учебно-методические материалы:

1. 2500 задач по математике с решениями для поступающих в вузы / В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.К. Кордемский и др.; Под ред. М.И. Сканави. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2003.

2. 1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике / Э.Н. Балаян.- Ростов н/Д: Феникс, 2007. – 364 с.

3. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением курса математики / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич.- М.: Просвещение, 1992. – 271 с.

4. Е.А. Бунимович. Вероятность и статистика. 5-9 классы.: пособие для общеобразовательных учреждений / Е.А. Бунимович, В.А. Булычев. – 4-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2006.- 159 с.

5. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учебное пособие для учащихся 7-9 кл. общеобразовательных учреждений / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк; под ред. С.А. Теляковского. – 4-еизд. – М: Просвещение, 2006. -78 с.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Все задания проверочных работ оцениваются в баллах. Примерная шкала перевода в пятибалльную систему оценки:

- «5» выполнено верно 5 заданий
- «4» выполнено верно 4 задания
- «3» выполнено верно 3 задания
- «2» выполнено верно менее 3 заданий

Тема: Избранные вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы

1. Упростите выражение

$$\frac{1}{b(b+3)} + \frac{1}{(b+3)(b+6)} + \frac{1}{(b+6)(b+9)} + \frac{1}{(b+9)(b+12)}$$

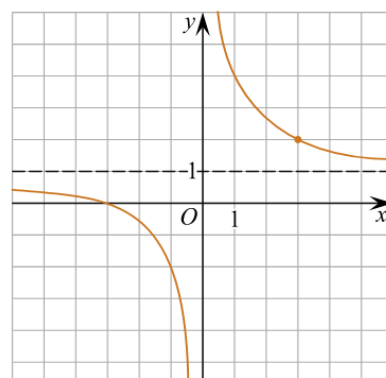
2. При каких натуральных n значения данных выражений являются целыми числами:

а) $\frac{n^2 + 3n - 2}{n + 2}$;

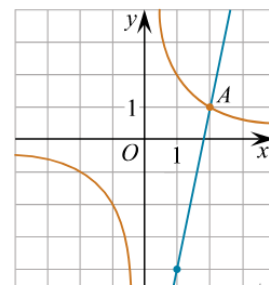
3. б) $\frac{n^2 - 3n + 5}{n - 1}$?

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x-1}}$$

4. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-12)$.



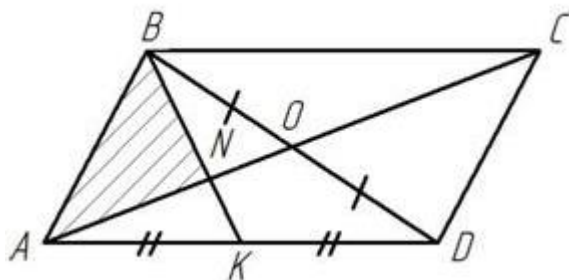
5. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Тема: Решение планиметрических задач, повышенной сложности

1. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK:KM=4:1$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырехугольника $KPCM$.
2. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке K , а биссектриса угла C сторону AD в точке M . Четырехугольник, ограниченный прямыми AK , CM , BM и DK имеет площадь 4. Найти площадь параллелограмма $ABCD$, если $AB : BC = 2 : 3$.
3. Докажите, что в непрямоугольном треугольнике ABC расстояние от ортоцентра до вершины B вдвое больше расстояния от центра описанной окружности до вершины B .

4.



Дано:

$ABCD$ – параллелограмм,

BK – медиана $\triangle ABD$,

AO – медиана $\triangle ABD$,

O – середина BD ,

$S_{ABCD} = 60$.

Найти:

$S_{\triangle ABN} = ?$

5. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC проведена биссектриса острого угла B , которая пересекает катет AC в точке L . На отрезках CL и LA , как на сторонах, построены квадраты. Докажите, что площадь одного квадрата в два раза больше площади другого.

Тема: Решение задач, повышенной сложности методом составления квадратных, рациональных уравнений, неравенств

1. Как из 78%-ной уксусной эссенции в домашних условиях приготовить 9%-ный уксус. И для чего в заготовках на зиму используют уксус?

2. Приготовить 980 граммов кислотного электролита для аккумулятора, имея 98% раствор серной кислоты H_2SO_4 . Сколько нужно взять воды H_2O и серной кислоты H_2SO_4 , чтобы получить 37%-ный раствор электролита?

3. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 18 км, в 8 часов выходит пешеход, в 11 часов выезжает велосипедист. Известно, что пешеход прибыл в пункт В не позже, чем в 12 часов 30 минут, а велосипедист прибыл в пункт В не позже пешехода. Считая скорости пешехода и велосипедиста постоянными, определить скорость велосипедиста, если она не более, чем на 8 км/ч превышает скорость пешехода.

4. Каждый служащий агентства владеет хотя бы одним иностранным языком: английским, французским или немецким. Согласно статистике, 37 % служащих владеют двумя из этих языков, 15 % - немецким и английским одновременно, 4 % - всеми тремя языками, а 56 % не знают французского языка. Сколько процентов служащих знают только французский язык?

5. Из двух городов вышли одновременно навстречу друг другу 2 автомобиля. Первый за 2,4 часа проехал $\frac{9}{10}$ всего расстояния между городами, а второй за 2 часа проехал $\frac{13}{140}$ этого расстояния. С какой скоростью ехал каждый автомобиль, если до места встречи второй проехал 351 км?

Тема: Решение задач с параметрами

1. У квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ коэффициенты p и q увеличили на единицу. Эту операцию повторили четыре раза. Приведите пример такого исходного уравнения, что у каждого из пяти полученных уравнений корни были бы целыми числами.

2. Даны числа a, b, c . Докажите, что хотя бы одно из уравнений $x^2 + (a-b)x + (b-c) = 0$, $x^2 + (b-c)x + (c-a) = 0$, $x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$ имеет решение.

3. Олег купил шоколадку за n рублей, а через некоторое время продал её за 96 рублей. Оказалось, что он продал шоколадку ровно на $n\%$ дороже, чем покупал. За сколько рублей Олег купил шоколадку?

4. Миша решил уравнение $x^2 + ax + b = 0$ и сообщил Диме набор из четырёх чисел — два корня и два коэффициента этого уравнения (но не сказал, какие именно из них корни, а какие — коэффициенты). Сможет ли Дима узнать, какое уравнение решал Миша, если все числа набора оказались различными?

5. Натуральное число n таково, что значение выражения $n^2 + 492$ является точным квадратом. Укажите любое возможное значение n . Чему может быть равно n ? Укажите все возможные варианты.

Тема: Вероятностные задачи, повышенной сложности. Элементы математической статистики

1. Агрофирма закупает куриные яйца только в двух домашних хозяйствах. Известно, что 5% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 30% яиц высшей категории. В этой агрофирме 15% яиц высшей категории. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

2. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

3. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

5. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?