

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
города Ульяновска «Гимназия №34»

УТВЕРЖДЕНО
приказом директора
МБОУ «Гимназия №34»
№ 981 от «30» августа 2023 г.

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
естественнонаучной направленности
«Избранные вопросы математики»**

Ульяновск
2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Направленность программы: дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Избранные вопросы математики» имеет естественнонаучную направленность.

Цель программы – расширение и углубление знаний по математике профильного уровня, систематизация знаний по решению задач, ознакомление с новыми методами их решения, которые не рассматриваются в рамках основной образовательной программы среднего общего образования.

Общий срок освоения программы – 64 часа.

Форма обучения – очная.

Продолжительность занятий исчисляется в академических часах.

Программа разработана для **обучающихся 11 классов** с особыми образовательными потребностями (интерес к предмету выходит за рамки учебной деятельности).

Представляемая программа расширяет у обучающихся представления о значимости математических знаний, воспитывает устойчивый интерес к творческой исследовательской работе и практическим занятиям по математике повышенного уровня сложности. Важным аспектом курса является интеграция теоретических знаний учащихся по курсу математики в реальную жизнь.

Задачи настоящей программы: развитие логического мышления, посредством решения задач повышенной сложности; развитие абстрактного математического кругозора, мышления, исследовательских умений учащихся; воспитание настойчивости и инициативы; сформировать у учащихся умение определять вид задания, твёрдо знать алгоритм решения; сформировать высокий уровень активности; способствовать профориентации.

Специфика программы: обучение нестандартным методам и приемам решения практико-ориентированных, реалистичных, олимпиадных математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся. Особое место занимают задачи, требующие применения знаний в незнакомой ситуации.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ.

К завершению освоения данной программы обучающиеся научатся:

1. анализировать тексты задач повышенного уровня.
2. дискретизировать необходимую информацию, содержащуюся в тексте задачи, на рисунке или в таблице, для ответа на заданные вопросы,
3. моделировать ситуацию, описанную в тексте задачи,
4. оптимизировать последовательность «шагов» (алгоритм) решения сложной задачи, обосновывать выполняемые и выполненные действия,

5. понимать уравнение как важнейшую математическую модель для описания и изучения разнообразных реальных ситуаций, решать текстовые задачи алгебраическим методом,

6. применять графические представления для исследования уравнений, исследования и решения сложных систем уравнений с двумя переменными,

7. решать комбинаторные задачи повышенного уровня на нахождение числа объектов или комбинаций, использовать различные способы представления и анализа статистических данных.

8. анализировать предложенные варианты решения задачи, выбирать из них верные,

9. выбирать наиболее эффективный способ решения задачи,

10. оценивать предъявленное готовое решение задачи (верно, неверно),

11. использовать нестандартные приемы, рационализирующие вычисления, приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ,

11. овладеть специальными приемами решения уравнений и систем уравнений; уверенно применять аппарат уравнений для решения разнообразных задач из математики, смежных предметов, практики,

12. применять графические представления для исследования сложных уравнений, систем уравнений, содержащих буквенные коэффициенты,

7. приобрести опыт проведения случайных экспериментов, в том числе с помощью компьютерного моделирования, интерпретации их результатов, некоторым специальным приемам решения комбинаторных задач.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

Срок обучения – 64 часа.

№ п/п	Наименование учебных дисциплин	Количество часов
1	Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства	10
2	Элементы планиметрии	10
3	Тригонометрические уравнения и неравенства	10
4	Элементы стереометрии	10
5	Производная и ее применение	6
6	Уравнения и неравенства с несколькими переменными, системы уравнений и неравенств	6
7	Нестандартные методы решения уравнений и неравенств	6

8	Задачи теории делимости и их геометрическая интерпретация	6
	Итого	64

Промежуточная аттестация проводится по завершении освоения каждой темы в форме практической работы. Результаты промежуточной аттестации по всем дисциплинам признаются результатами итоговой аттестации.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Календарный учебный график определяет даты начала и окончания освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы, продолжительность учебного года. Срок освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы – 64 часа.

Начала занятий - с 1 октября текущего учебного года, 2 часа в неделю, 64 часа. Учебный год завершается 24 мая текущего учебного года.

Каникулы не предусмотрены.

Расписание занятий составляется в соответствии с СанПиН 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления молодёжи», с учетом обеспечения наиболее благоприятного режима труда и отдыха обучающихся, по представлению педагогических работников, реализующих дополнительные общеобразовательные общеразвивающие программы, а также с учетом пожеланий обучающихся, родителей (законных представителей) и возрастных особенностей обучающихся.

Продолжительность занятий 45 минут. В неделю 2 занятия, всего за период обучения 64 занятия.

СОДЕРЖАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ «ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ»

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Избранные вопросы математики» включает следующие учебные темы: Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства, Элементы планиметрии, Тригонометрические уравнения и неравенства, Элементы стереометрии, Производная и ее применение, Уравнения и неравенства с несколькими переменными, системы уравнений и неравенств, Нестандартные методы решения уравнений и неравенств, Задачи теории делимости и их геометрическая интерпретация.

Раздел 1. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства (10 часов).

Логарифмическая функция, ее свойства и график. Построение графиков функций с помощью элементарных преобразований. Оценка выражений, содержащих логарифмические функции. Решение логарифмических уравнений и неравенств методом введения промежуточной переменной. Решение логарифмических неравенств методом интервалов. Системы уравнений и неравенств, включающие показательные, логарифмические и степенные функции.

Раздел 2. Элементы планиметрии (10 часов).

Треугольники, четырехугольники, правильные многоугольники, окружность, подобие геометрических фигур. Величины, характеризующие плоские фигуры (периметр, площадь). Решение задач планиметрии с помощью векторов, и координатным методом.

Раздел 3. Тригонометрические уравнения и неравенства (10 часов).

Тригонометрические функции, их свойства и графики. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Основные методы решения тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических систем уравнений. Отбор корней. Обратные тригонометрические функции, определения, свойства, графики. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.

Раздел 4. Элементы стереометрии (10 часов).

Основные объекты стереометрии: призмы, пирамиды, цилиндры, конусы, сферы. Величины, характеризующие пространственные тела (площадь поверхности, объем). Сечение пространственных тел плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми и параллельными плоскостями. Углы в пространстве. Решение задач стереометрии с помощью метода координат.

Раздел 5. Производная и ее применение (6 часов).

Производная функции ее геометрический и физический смысл. Дифференцирование сложных функций. Исследование функции с помощью производной. Применение производной к решению уравнений и неравенств.

Раздел 6. Уравнения и неравенства с несколькими переменными, системы уравнений и неравенств (6 часов).

Уравнение с двумя переменными и его геометрическая интерпретация. Неравенство с двумя переменными и его геометрическая интерпретация. Решение некоторых уравнений с двумя переменными в целых числах. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными: методы исключения переменной, введение дополнительных переменных. Геометрическая интерпретация решений

систем линейных и некоторых нелинейных неравенств с двумя переменными. Системы уравнений, содержащие параметр.

Раздел 7. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств (6 часов).

Использование при решении уравнений и неравенств области определения функции, неотрицательности функции, ограниченностью функции, числовых неравенств. Решение уравнений и неравенств с параметрами.

Раздел 8. Задачи теории делимости и их геометрическая интерпретация (6 часов).

Линейное уравнение с двумя целочисленными переменными и его график. Решение линейных уравнений с двумя переменными в целых числах, в натуральных числах. Метод оценки при решении уравнений в целых числах.

Учебно-тематический план

№ занятия	Дата	Кол-во часов	Тема занятия	Форма работы
Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства. (10 часов)				
1	октябрь	2	Логарифмическая функция. Монотонность логарифмической функции. Свойства логарифмов. Упрощение логарифмических выражений. Логарифмические уравнения от простейших до сложных.	Практическая работа
2	октябрь	2	Логарифмические неравенства. Метод равносильного перехода.	Мини-исследование
3	октябрь	2	Метод интервалов.	Блиц турнир
4	октябрь	2	Решение комбинированных неравенств, содержащих логарифмические и показательные функции.	Интеллектуальная игра
5	ноябрь	2	Логарифмические неравенства с параметром.	Мозговая атака

Элементы планиметрии (10 часов)				
6	ноябрь	2	Основные объекты и теоремы планиметрии.	Мини -проект
7	ноябрь	2	Треугольник. Основные теоремы, подобие, площадь	Практическая работа
8	ноябрь	2	Многоугольники, окружности, их свойства и признаки.	Практическая работа
9	декабрь	2	Прямая, отрезок, полуплоскость, угол, многоугольник, окружность и круг в декартовой системе координат. Координатный метод решения планиметрических задач.	Мини -проект
10	декабрь	2	Векторы на плоскости и операции над ними. Векторный метод решения геометрических задач.	Анализ и исследование ситуаций
Тригонометрические уравнения и неравенства (10 часов)				
11	декабрь	2	Тригонометрические функции числового аргумента, их свойства и графики.	Аукцион знаний
12	декабрь	2	Тригонометрические уравнения и неравенства. Основные методы решения. Отбор корней	Мозговая атака
13	январь	2	Тригонометрические неравенства. Основные методы решений	Работа с источниками информации
14	январь	2	Решение тригонометрических систем уравнений. Отбор решений.	Мини-исследование
15	январь	2	Обратные тригонометрические функции, определения, свойства, графики. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции. Зачетная работа(1 час)	Викторина
Элементы стереометрии (10 часов)				

16	январь	2	Основные объекты стереометрии: призмы, пирамиды, цилиндры, конусы, сферы. Величины, характеризующие пространственные тела(площадь поверхности, объем).	Аукцион знаний
17	февраль	2	Параллельность и перпендикулярность в пространстве. Сечение пространственных тел плоскостями.	Мозговая атака
18	февраль	2	Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между скрещивающимися прямыми и параллельными плоскостями.	Работа с источниками информации
19	февраль	2	Углы в пространстве. Решение задач стереометрии с помощью метода координат	Диспут
20	февраль	2	Углы в пространстве. Решение задач стереометрии с помощью метода координат	Блиц турнир
Производная и ее применение (6 часов)				
21	март	2	Производная функции и ее геометрический и физический смысл. Дифференцирование сложных функций.	Выполнение практических заданий
22	март	2	Исследование функции с помощью производной.	Беседа, сообщения
23	март	2	Применение производной к решению уравнений и неравенств.	Наблюдение, беседа, тестирование
Уравнения и неравенства с несколькими переменными, системы уравнений и неравенств (6 часов)				
24	март	2	Уравнение с двумя переменными и его геометрическая интерпретация. Неравенство с двумя переменными и его геометрическая интерпретация.	Практическая работа
25	апрель	2	Решение некоторых уравнений с двумя переменными в целых числах. Геометрическая интерпретация решений систем линейных и некоторых	Аукцион знаний

			нелинейных неравенств с двумя переменными.	
26	апрель	2	Системы уравнений, содержащие параметр	Мозговая атака
Нестандартные методы решения уравнений и неравенств (6 часов)				
27	апрель	2	Использование при решении уравнений и неравенств области определения функции, неотрицательности функции, ограниченность функции	Мини-исследование
28	апрель	2	Решение уравнений и неравенств с параметрами	Практическая работа
29	май	2	Решение уравнений и неравенств с параметрами	Анализ и исследование ситуаций
Задачи теории делимости и их геометрическая интерпретация (6 часов)				
30	май	2	Линейное уравнение с двумя целочисленными переменными и его график.	Выполнение практических заданий
31	май	2	Решение линейных уравнений с двумя переменными в целых числах, в натуральных числах.	Текущий контроль. Тестирование
32	май	2	Метод оценки при решении уравнений в целых числах	Выполнение практических заданий

ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Настоящую программу реализуют штатные педагогические работники, имеющие высшее и среднее специальное профессиональное образование, отвечающие требованиям, установленным Федеральным законом №273-ФЗ от 29.12.2012 «Об образовании в Российской Федерации», Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 22.09.2021 №652н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых», Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18.10.2013

№544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», Приказом Министерства здравоохранения и социального развития РФ от 26.08.2010 № 761н «Об утверждении Единого квалификационного справочника должностей руководителей, специалистов и служащих, раздел «Квалификационные характеристики должностей работников образования».

Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение.

Образовательная деятельность организована в учебных кабинетах гимназии (блок средней школы), оборудованными в соответствии с санитарными требованиями и гигиеническими нормативами.

Кабинеты оборудованы техническими средствами обучения: компьютерами, мультимедийными проекторами, интерактивными досками, принтерами, сканерами, наглядными материалами по темам.

Учебно-методические материалы:

1. Виленкин Н. Я., Ивашев-Мусатов О. С, Шварцбурд С. И. Алгебра и математический анализ для 11 класса. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 2014.
2. Карп А.П. Сборник задач по алгебре и началам анализа. - М.: Просвещение, 1995.
3. Куланин Е. Д. и др. 3000 конкурсных задач по математике. - М.: Айрис-пресс, 2002.
4. Локоть В. В. Задачи с параметрами. Иррациональные уравнения, неравенства, системы, задачи с модулем. М.: АРКТИ, 2006.
5. Локоть В. В. Задачи с параметрами. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства, системы. М.: АРКТИ, 2005.
6. Лысенко Ф. Ф., Кулабухова С. Ю. Математика ЕГЭ - 2010. Учебно-методический комплекс. М.: Легион, 2010.
7. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся. Авт.-сост. Высоцкий И. П., Гущин Д. Д. и др. ФИЛИ - М.: Интеллект - Центр, 2011.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Все задания проверочных работ оцениваются в баллах. Примерная шкала перевода в пятибалльную систему оценки:

- «5» выполнено верно 5 заданий
- «4» выполнено верно 4 задания
- «3» выполнено верно 3 задания
- «2» выполнено верно менее 3 заданий

Тема: Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства.

1. а) Решите уравнение $\log_2(x^2 - 14x) = 5$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 0, 1; 5\sqrt{10}]$

2. а) Решите уравнение $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-1; \frac{8}{9}\right]$

3. а) Решите уравнение $\log_{-x^2-32x+33}(2x^2 + 136) = \frac{1}{\log_{-33x}((1-x)(x+33))}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\sqrt{333}; -\sqrt{33}]$.

4. Решите неравенство: $\left| \log_x \frac{x}{4} \right| \cdot \log_{4x}(2x^2) \leq \left| \log_x \frac{x}{4} \right|$

5. Решите неравенство

$$\log_2 \left((7^{-x^2} - 3) (7^{-x^2+16} - 1) \right) + \log_2 \frac{7^{-x^2} - 3}{7^{-x^2+16} - 1} > \log_2 (7^{7-x^2} - 2)^2.$$

Тема: Элементы планиметрии

1. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 12$.

2. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$.

а) Докажите, что отрезки LN и KM , соединяющие середины его противоположных сторон, делят друг друга пополам.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $LM = 3\sqrt{3}$, $KM = 6\sqrt{3}$, $\angle KML = 60^\circ$.

3. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH , из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры NK и HM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MVK подобен треугольнику ABC .

б) Найдите отношение площади треугольника MVK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 2$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC равен 4.

4. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 4 и 1.

5. Точка B лежит на отрезке AC . Прямая, проходящая через точку A , касается окружности с диаметром BC в точке M и второй раз пересекает окружность с диаметром AB в точке K . Продолжение отрезка MB пересекает окружность с диаметром AB в точке D .

а) Докажите, что прямые AD и MC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DBC , если $AK = 3$ и $MK = 12$.

Тема: Тригонометрические уравнения и неравенства

1. а) Решите уравнение $\cos 2x - 5\sqrt{2}\cos x - 5 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

2. а) Решите уравнение $6\sin^2 x + 15\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 12 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$

3. а) Решите уравнение $(2\cos^2 x + \sin x - 2)\sqrt{5\operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

4. а) Решите уравнение $15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$

5. Решите неравенство: $\frac{4\sin x \cdot \sin 2x - \sin^2 2x - 4 + 4\cos^2 x}{\sqrt{16 - 2^{(x-5)^2}}} \geq 0$.

Тема: Элементы стереометрии

1. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра равны 1.

а) Докажите, что расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 равно расстоянию между прямой и плоскостью

б) Найдите это расстояние.

2. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 2.

а) Докажите, что прямые SE и AC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние от точки C до прямой SA .

3. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144.

а) Докажите, что высота этой пирамиды равна диагонали её основания.

б) Найдите площадь сечения, проходящего через вершину S этой пирамиды и через диагональ её основания.

4. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1

5. Радиус основания конуса равен 6, а его высота равна 8. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 4.

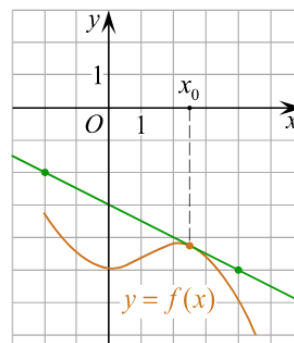
а) Докажите, что сечение является равнобедренным остроугольным треугольником.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

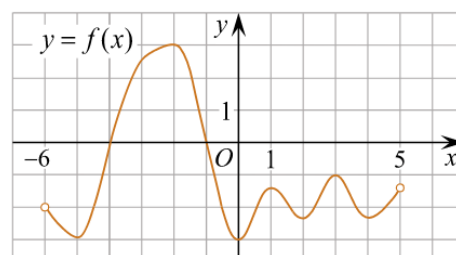
Тема: Производная и ее применение

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

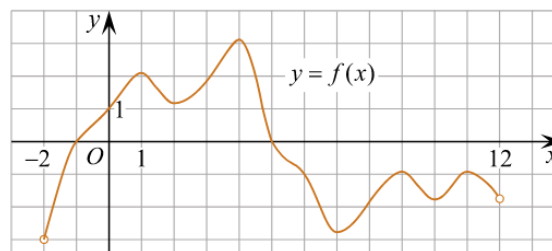
2. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



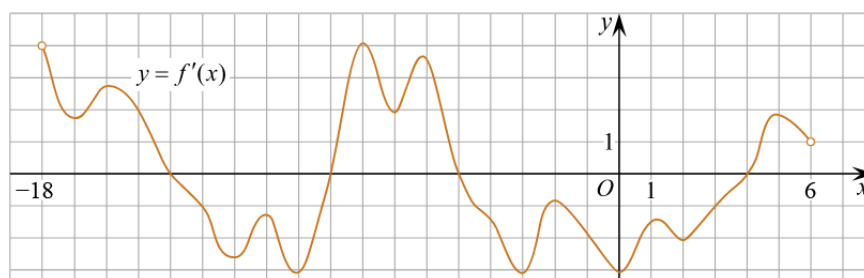
3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -6$.



4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-13; 1]$.



Тема: Уравнения и неравенства с несколькими переменными, системы уравнений и неравенств

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу $(4; 19)$.

2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$64x^6 - (3x + a)^3 + 4x^2 - 3x = a$$

имеет более одного корня.

4. Найти все значения a , при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$$

имеет более двух точек экстремума.

5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система $\begin{cases} (y-2x)(2y-x) \leq 0, \\ \sqrt{(x+a)^2 + (y-a)^2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}} \end{cases}$ имеет ровно два решения.

Тема: Нестандартные методы решения уравнений и неравенств

1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{a - (a^2 - 2a - 3) \sin x + 4}{1,5 + 0,5 \cos 2x + a^2} < 1$$

содержит отрезок $\left[-2\pi; -\frac{7\pi}{6}\right]$.

2. Найдите все a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{2x^2 + ax + 2a + 10} = x - 1$ не имеет действительных корней.

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $a + 2x + 5\sqrt{2x+1} > -(2ax+3)$ верно для всех x из отрезка $[0; 1,5]$.

4. Найдите все значения a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{a - (a^2 - 2a - 3) \cos x + 4}{\sin^2 x + a^2 + 1} < 1$$

содержит отрезок $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

5. Найдите все значения параметра a , при которых неравенство

$$\sin^4 x + \cos^4 x > a \cdot \sin x \cdot \cos x$$

выполнено при любом значении x .

Тема: Задачи теории делимости и их геометрическая интерпретация

1. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?

в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

2. Пусть q — наименьшее общее кратное, а d — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y , удовлетворяющих равенству $3x = 8y - 29$.

а) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 170?

б) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение $\frac{q}{d}$.

3. Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

4. Приведите пример четырёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.

5. Найдите наименьшее трёхзначное натуральное число, которое при делении на 6 и на 11 даёт равные ненулевые остатки и у которого средняя цифра является средним арифметическим двух крайних цифр.